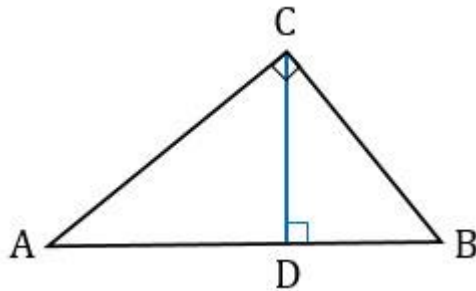


Доказать, что **высота прямоугольного треугольника**, проведенная из **вершины прямого угла**, разделяет **треугольник на два подобных** прямоугольных треугольника, каждый из которых **подобен** данному треугольнику.

Дано: $\triangle ABC$ - прямоугольный, $\angle C$ - прямой, CD - **высота**.

Доказать: $\triangle ABC \sim \triangle ACD$, $\triangle ABC \sim \triangle CBD$, $\triangle ACD \sim \triangle CBD$.

Доказательство:



1. В $\triangle ABC$ и $\triangle ACD$: $\angle A$ - общий, $\angle ACB = \angle ADC = 90^\circ$, следовательно, $\triangle ABC \sim \triangle ACD$ (по 1 признаку подобия треугольников).
2. В $\triangle ABC$ и $\triangle CBD$: $\angle B$ - общий, $\angle ACB = \angle BDC = 90^\circ$, следовательно, $\triangle ABC \sim \triangle CBD$ (по 1 признаку подобия треугольников), поэтому из определения **подобных** треугольников следует, что $\angle ACB = \angle BDC$.
3. В $\triangle ACD$ и $\triangle CBD$: $\angle ACB = \angle BDC$, $\angle ADC = \angle BDC = 90^\circ$, следовательно, $\triangle ACD \sim \triangle CBD$ (по 1 признаку подобия треугольников). Что и требовалось доказать.

Средним пропорциональным (или **средним геометрическим**)

$$XY = \sqrt{AB \cdot CD}$$

двух **отрезков** AB и CD , называется такой отрезок XY , что:

Задача:

По условию задачи $AB = 10$ км, $\angle MAO = \angle MBO = 45^\circ$, $AB \perp OM$ (рис.).
 $AM = BM = 5\sqrt{2}$ км. Наименьшим из расстояний от маяка до AB является расстояние OM . $\triangle OBM$ прямоугольный равнобедренный, поэтому $OB = OM = \frac{1}{2} AB = 5$ км.

Группа №1

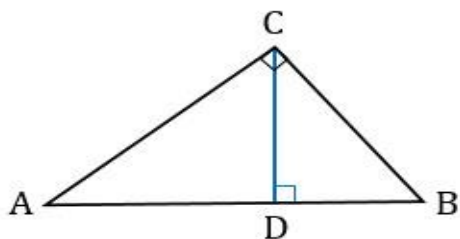
Высота прямоугольного треугольника, проведенная из вершины прямого угла, есть среднее пропорциональное для отрезков, на которые делится гипотенуза этой высотой.

Доказательство

Дано: $\triangle ABC$ - прямоугольный, $\angle C$ - прямой, CD - высота, AB - гипотенуза.

Доказать: $CD = \sqrt{AD \cdot DB}$.

Доказательство:



$\triangle ACD \sim \triangle CBD$ (доказательство данного утверждения приведено в задаче выше), поэтому сходственные стороны данных треугольников пропорциональны,

$$\frac{AD}{CD} = \frac{CD}{DB}, \text{ откуда, } CD^2 = AD \cdot DB,$$

тогда $CD = \sqrt{AD \cdot DB}$. ЧТД

Задача

На рисунке  стропильные ноги AB и BC равны, поэтому $\triangle ABC$ равнобедренный. $\angle ABC = 120^\circ$, $\angle ABD = 60^\circ$, значит, $\angle BAD = 30^\circ$. Тогда $AB = 2BD = 5$ м.

Группа №2

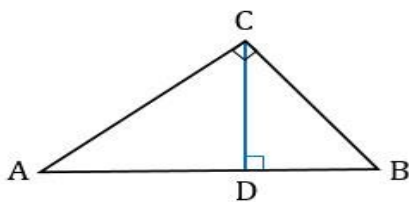
Катет **прямоугольного треугольника** есть среднее пропорциональное для гипотенузы и отрезка гипотенузы, заключенного между **катетом** и высотой, проведенной из **вершины прямого угла**.

Доказательство

Дано: $\triangle ABC$ - прямоугольный, $\angle C$ - прямой, CD - высота, AB - гипотенуза.

$$AC = \sqrt{AB \cdot AD} \quad CB = \sqrt{AB \cdot DB}$$

Доказать:



Доказательство:

1. В $\triangle ABC$ и $\triangle ACD$: $\angle A$ - общий, $\angle ACB = \angle ADC = 90^\circ$, следовательно, $\triangle ABC \sim \triangle ACD$ (по 1 признаку подобия треугольников),

поэтому **сходственные** стороны данных

треугольников **пропорциональны**, т.е. $\frac{AB}{AC} = \frac{AC}{AD}$,

откуда $AC^2 = AB \cdot AD$, тогда $AC = \sqrt{AB \cdot AD}$.

2. В $\triangle ABC$ и $\triangle CBD$: $\angle B$ - общий, $\angle ACB = \angle BDC = 90^\circ$, следовательно, $\triangle ABC \sim \triangle CBD$ (по 1 признаку подобия треугольников),

поэтому **сходственные** стороны данных треугольников **пропорциональны**,

т.е. $\frac{AB}{CB} = \frac{CB}{DB}$, откуда $CB^2 = AB \cdot DB$, тогда $CB = \sqrt{AB \cdot DB}$. ЧТД

Задача

$AF = FC = 5$ м (рис.). $\angle DAF = 30^\circ$, поэтому $DF = \frac{AF}{2} = 2,5$ м. Аналогично $EF = 2,5$ м. $\angle AFD = \angle EFC = 60^\circ$, значит, $\angle DFE = 180^\circ - (60^\circ + 60^\circ) = 60^\circ$. Так как $DF = EF$, то $\triangle DEF$ равносторонний, откуда $DE = 2,5$ м.